

Characterization and mathematical modeling for dimmable LED lamp

Caracterización y modelado matemático para lámpara led regulable

Edgar, ESTRADA-CRUZ^{1*}; Víctor, PEDRAZA-RAMÍREZ¹

¹*Tecnológico Nacional de México/ITS del Occidente del Estado de Hidalgo, Paseo del Agrarismo 2000. Carr. Mixquiahuala - Tula, km 2.5. Mixquiahuala de Juárez, Hidalgo, C.P. 4270. (0000-0002-6488-6897)*

Sent date: 13/November/2023 Acceptance date: 07/December/2023

Abstract:

Energy saving in a context of accelerated population growth, depletion of energy resources and environmental concerns is relevant; a significant portion of the world's energy consumption is in buildings, and a large portion of this consumption is due to lighting. LED technology is an attractive solution for energy efficiency in lighting due to its long life and dimmability. This work aims to characterize the behavior of the LED lamp through a mathematical model, the result is an exponential equation; using Taylor series at an operating point, the mathematical linear model is determined. It is highlighted that both models are static, that is, they depend on the current state. These models will allow us to understand the relationship between input voltage and output illumination; it will be useful for the development of more efficient lighting control strategies.

Keywords: Mathematical modeling, Lighting, Linearization, LED lamp.

Resumen:

El ahorro de energía en un contexto de crecimiento poblacional acelerado, agotamiento de recursos energéticos y preocupaciones ambientales es relevante; una parte significativa del consumo de energía mundial se encuentra en edificios, y una gran parte de este consumo se debe a la iluminación. La tecnología led es una solución atractiva para la eficiencia energética en la iluminación debido a su larga vida útil y capacidad de regulación. Este trabajo tiene como objetivo el caracterizar el comportamiento de la lámpara led a través de un modelo matemático, el resultado es una ecuación exponencial; mediante serie de Taylor en un punto de operación se determina el modelo lineal matemático, se destaca que ambos modelos son estáticos, es decir dependen del estado actual. Estos modelos permitirán comprender la relación entre el voltaje de entrada y la iluminación de salida; será útil para el desarrollo de estrategias de control de iluminación más eficientes.

Palabras clave: Modelado matemático, Iluminación, Linealización, Lámpara led.

* Corresponding author. E-mail: eestrada@itsoeh.edu.mx
Tel. (738)-735-4000 Ext. 230

1. Introducción

El crecimiento acelerado de la población a nivel mundial, el agotamiento de los recursos energéticos y el impacto ambiental que conlleva, han convertido el ahorro de energía en un desafío importante. El consumo de energía en residencias y comercios representa una parte considerable del consumo de energía. De acuerdo a las estadísticas publicadas por el Programa de las Naciones Unidas para el Medio Ambiente (UNEP), entre el 30% y el 40% de la energía mundial se consume en los edificios (Santamouris, 2019).

Uno de los principales componentes en el consumo de energía es la iluminación. De hecho, los sistemas de iluminación representan hasta el 20% del consumo total de energía en el mundo (Bisegna, 2022) y la mayor parte proviene de edificios comerciales y residenciales. En México el 18% de la energía eléctrica generada se consume en iluminación (Sener, 2016). De ahí la importancia en desarrollar nuevas estrategias para lograr ahorro energético en la iluminación, al integrar nuevas tecnologías y estrategias de control.

Además, se ha demostrado que la ausencia o exceso de iluminación daña la agudeza visual, modifica la sensibilidad al contraste e incluso algunas funciones oculares se ven afectadas; en el primer escenario se generan ambientes visuales poco inspiradores y oscuros, mientras que en el segundo el exceso de luz puede provocar deslumbramientos. Una buena iluminación no solo disminuye los costos en el consumo de energía, además, brinda comodidad visual y permite que el personal de trabajo realice sus actividades sin el desgaste innecesario que ocasiona la mala iluminación en sus espacios. Algunos estudios demuestran que trabajar en condiciones adecuadas de iluminación y con sensación de bienestar eleva el nivel de productividad (Tzempelikos, 2020).

La tecnología led es una fuente de luz atractiva ya que proporciona tiempos de vida prolongados, alta eficiencia energética y luminosa, además de capacidad de regulación y un bajo costo.

Algunos estudios han demostrado que la energía consumida por la iluminación se puede reducir mediante el diseño de un sistema de control de iluminación interior con capacidad de atenuación (Héctor F. Chinchero, 2020) (Al-Ghaili, 2020). El trabajo realizado por Chen desarrolla un controlador difuso para mantener el nivel de iluminación adecuado (Chen, 2012); mientras que Yao-Jung, propone el control de iluminación como un problema de programación lineal para minimizar el uso de energía y satisfacer las preferencias de iluminación de los ocupantes al mismo tiempo (Yao-Jung Wen and Agogino, 2008). George en su trabajo presenta algunas estrategias para el control integrado de luz diurna y luz artificial basadas en modelos computacionales (George, 2008), mientras que Caicedo introduce una estrategia de representación de iluminación adaptativa junto con dos métodos de control de iluminación para lograr ahorros de energía y comodidad del usuario al mismo tiempo (Caicedo, 2011). Ekren estableció un control de iluminación artificial de lógica difusa para mantener el valor de iluminación en un nivel cómodo constante mientras se considera la contribución de la luz del día (Ekren, 2013).

Los trabajos mencionados en el párrafo anterior no disponen del conocimiento del modelo de la lámpara led. El objetivo de este trabajo es caracterizar el comportamiento de la lámpara led mediante un modelo matemático que permita conocer la relación existente entre el voltaje de entrada y la iluminación de salida.

En la sección 2 podrá encontrar la revisión de la literatura, así como la introducción de los conceptos de linealización y sistema estático, mientras que en la sección 3 se describe la metodología llevada a cabo para este trabajo. Por último, en la sección 4 encontrarán los resultados derivados de esta investigación y al finalizar se muestran las conclusiones finales.

2. Revisión de la literatura

El reemplazar un sistema no lineal por su aproximación lineal, se denomina linealización (Khalil, 2014). La motivación para la linealización es el comportamiento dinámico de muchos sistemas no lineales, dentro de un rango de variables pueden ser aproximados a modelos de sistemas lineales.

Consideremos el caso de un sistema no lineal con una variable de estado x y una variable de salida y , relacionadas por la siguiente ecuación:

$$y = h(x), \quad (1)$$

donde la función $h: R \rightarrow R$ es continua y diferenciable; esto es $h \in C$. Consideremos x_o como el punto de operación. Si expandimos h en la serie de Taylor alrededor del punto x_o se obtiene:

$$y = h(x_o) + \frac{d h(x_o)}{dx} (x - x_o) + \text{términos de orden alto}. \quad (2)$$

La linealización de $h(x)$ alrededor del punto x_o consiste en reemplazar h por una aproximación lineal de la forma:

$$\tilde{y} = \frac{d h(x_o)}{dx} \tilde{x}, \quad (3)$$

donde $y_o = h(x_o)$, $\tilde{y} = y - y_o$ y $\tilde{x} = x - x_o$. Sobre un rango pequeño de \tilde{x} es una buena aproximación de la curva $y = h(x)$ en la vecindad del punto de operación x_o , (ver Figura 1).

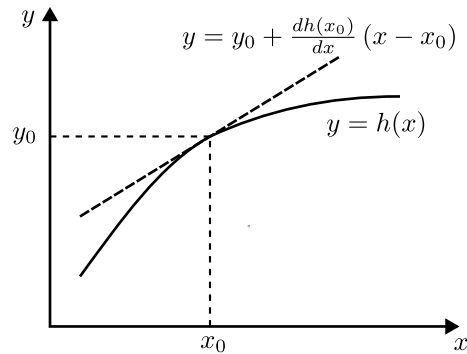


Figura 1. Descripción gráfica de linealización (Elaboración propia).

La lámpara led mostrada en la Figura 2 es regulable de la marca Tecnolite. Tiene las siguientes características: tensión nominal de 100-127 V, consumo de potencia 10W, consumo de corriente 0.08-0.1 A, flujo luminoso 850 lm.



Figura 2. Lámpara led regulable de la marca tecnolite (Tecnolite, 2023).

Se ha elegido esta lámpara de una variedad en el mercado debido a la capacidad para regular su nivel de iluminación. Antes de establecer el modelo matemático que describe el comportamiento de la lámpara led, se introducen algunas definiciones.

Definición 1 (Sistema estático). Se dice que un sistema es estático o sin memoria, si su salida en cualquier instante de tiempo depende de sus entradas en ese mismo instante de tiempo.

Un ejemplo de sistema estático es la relación voltaje-corriente en un resistor (Ley de Ohm), la ecuación que describe este comportamiento eléctrico del resistor es la siguiente

$$v(t) = R i(t). \quad (4)$$

La ecuación (4), establece que el valor del voltaje $v(t)$ en el instante de tiempo t , depende de la corriente en ese mismo instante, multiplicado por el valor de resistencia. A diferencia de un sistema dinámico, el valor de salida actual solo depende del estado actual y no de estados previos.

Se denomina sistema dinámico al sistema cuya salida en un instante de tiempo dado, depende de las entradas en otros instantes de tiempo y de entradas en ese mismo instante de tiempo.

La iluminación de una lámpara en un entorno natural siempre está expuesto a estímulos externos ya sean naturales o artificiales, es decir, la iluminación sobre una superficie es la

suma de la iluminación de la lámpara más la luz externa, que puede ser del sol (natural) o de alguna lámpara en su vecindad (artificial). Para este trabajo se considera que la lámpara está aislada de cualquier fuente externa ya sea natural o artificial.

3. Materiales y Métodos

Con la finalidad de caracterizar el comportamiento de la lámpara, se realizaron mediciones de iluminación bajo las siguientes condiciones:

- La lámpara regulable de la marca Tecnolite mostrada en la Figura 2, se encontraba totalmente aislada de iluminación externa (natural o artificial).
- Se usó la tarjeta de desarrollo arduino MEGA2560 para la adquisición de las señales del sensor de iluminación.
- El sensor de luz ambiental BH1750 para interfaz de bus I2C con amplia gama de resolución (1- 65535 lux), se eligió para tomar las mediciones de iluminación.
- Para validar las mediciones realizadas por parte del sensor BH1750, se usó el luxómetro Kyoritsu Digital light meter model 5202.
- La distancia entre el sensor de luz ambiental BH1750 y la lámpara regulable fue de 60 cm en trayectoria directa vertical al centro de la lámpara.
- Se realizaron mediciones de iluminación aplicando un voltaje entre 30.4 y 122.9 V a la lámpara.

Las mediciones realizadas con el sensor BH1750, se muestran en la Figura 3 (línea punteada color azul). Con el objetivo de validar los resultados obtenidos con el sensor BH1750, se realizó bajo las mismas condiciones descritas previamente, la medición de iluminación con un dispositivo calibrado, se obtuvieron los resultados que se muestran en la Figura 3, (círculos color rojo). Los datos recabados con las mediciones realizadas se pueden observar en la Tabla 1.

Tabla 1. Mediciones realizadas con sensor BH1750, luxómetro y corrección de mediciones en el sensor.

No.	Voltaje (V)	BH1750 (Lux)	Luxometro (Lux)	Error (%)	Valor corregido (Lux)
1	30.4	1263	1198	5.42	1204.6
2	61.5	1210	1160	4.31	1154.0
3	85.1	1110	1066	4.12	1058.7
4	101.8	823	794	3.65	784.9
5	116.3	600	575	4.34	572.2
6	122.2	342	328	4.26	326.2
7	129.9	85	81	4.93	81.1

Como se puede observar en la Tabla 1, existe una desviación en la medición entre el instrumento calibrado (luxómetro Kyoritsu Digital light meter model 5202) y el sensor BH1750. La quinta columna de la Tabla 1 muestra el porcentaje de error entre ambas mediciones (tercera y cuarta columna). De la Tabla 1, se determinó un promedio del

porcentaje de error de 4.63 %, con la finalidad de mejorar la medición con el sensor BH1750, se realizó la corrección dentro del código de programación a la hora de adquirir las señales. Al corregir con un 4.63% de error, se tienen los valores de la última columna de la Tabla 1. El promedio de porcentaje de error que se tiene de acuerdo al valor corregido es de 2%, logrando a través del código de programación una reducción promedio del 2.63%. Con la finalidad de apreciar la información presentada, se grafican los valores del sensor BH1750, el luxómetro y los valores corregidos a un error del 2% promedio (ver Figura 3).

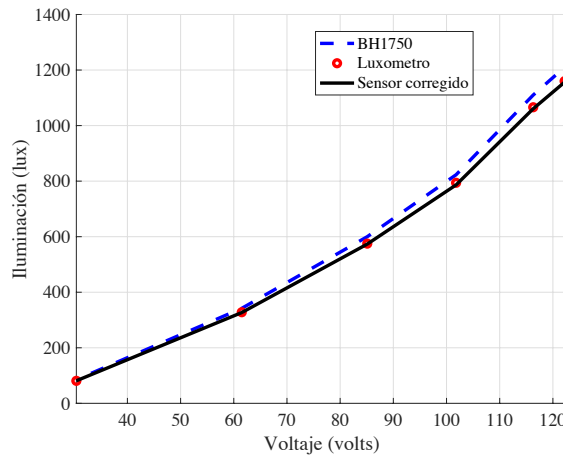


Figura 3. Corrección de error del 2%, con el sensor BH1750 y el luxómetro (Elaboración propia).

De la Figura 3, es fácil observar que la corrección realizada a la medición del sensor BH1750 es adecuada, como se mencionó puede ser llevada a cabo dentro de la programación para la adquisición de las mediciones e implementación de estrategias de control.

Algunas de las técnicas para la sintonización de controladores requieren del conocimiento del modelo matemático de la planta; al caracterizar el comportamiento de la lámpara mediante el software Sigma Plot, el modelo matemático que se ajusta a los datos es

$$y = y_0 + ae^{bx}, \quad (5)$$

donde $y_0 = -379.1$, $a = 310.6$ y $b = 0.01316$. En la Figura 4, se observa la comparación del modelo de la ecuación (5) en línea punteada color negro, con los resultados experimentales del luxómetro y los valores del sensor corregidos.

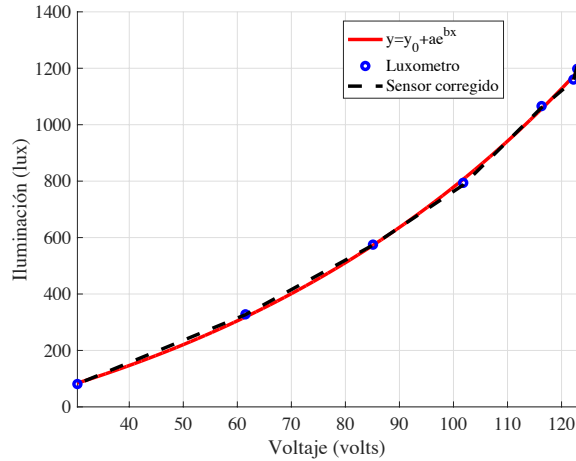


Figura 4. Gráfica del modelo matemático, sensor BH1750 corregido y luxómetro (Elaboración propia).

Es fácil observar en la figura 4, que el modelo proporcionado por Sigma Plot, se ajusta perfectamente al comportamiento de la lámpara previamente caracterizado a través de las mediciones realizadas.

Como se puede observar en la ecuación (5), el modelo matemático generado es no lineal. Al asumir que la iluminación en la lámpara regulable led no cambia respecto a un punto de operación específico, un modelo matemático lineal puede ser utilizado.

En la siguiente proposición se establece el modelo matemático lineal que caracteriza el comportamiento de la lámpara led.

Proposición 1. Sea el sistema no lineal

$$y = y_0 + ae^{bx}.$$

Asumiendo que es derivable al menos una vez en el punto de operación x_0 , su modelo matemático lineal es

$$y = Ax + B,$$

donde $A = abe^{bx_0}$ y $B = y_0 + ae^{bx_0}(1 - bx_0)$.

Demostración. Considerar la ecuación no lineal

$$y = y_0 + ae^{bx}.$$

Al determinar la serie de Taylor en el punto de operación x_0 , considerando solo los términos de primer orden, es decir

$$y = h(x_0) + \frac{dh(x_0)}{dx}(x - x_0). \quad (6)$$

Es evidente que

$$h(x_o) = y_o + ae^{bx_o},$$

y

$$\frac{dh(x_o)}{dx} = abe^{bx_o}(x - x_o),$$

De tal forma que al sustituir en (6) se tiene el modelo lineal

$$y = y_o + ae^{bx_o} + abe^{bx_o}(x - x_o),$$

definiendo $A = abe^{bx_o}$ y $B = y_o + ae^{bx_o}(1 - bx_o)$, resulta en la siguiente ecuación:

$$y = Ax + B,$$

4. Resultados y Discusión

Los resultados del trabajo son los siguientes, se realizaron mediciones de iluminación utilizando una lámpara led regulable de la marca Tecnolite bajo diversas condiciones, incluyendo diferentes voltajes de entrada, que variaron entre 30.4 y 122.9 V y mediante el sensor de luz ambiental BH1750, se adquirieron las señales de iluminación. Se determinó un promedio del porcentaje de error entre las mediciones del sensor BH1750 y el luxómetro, que fue del 4.63%. Para mejorar la precisión de las mediciones con el sensor BH1750, se aplicó una corrección del 4.63% dentro del código de programación. El promedio de porcentaje de error corregido fue del 2%, lo que representó una reducción promedio de 2.63% en comparación con las mediciones originales.

Finalmente, se ajustó un modelo matemático a los datos de iluminación, que se expresó como

$$y = y_o + ae^{bx},$$

Este modelo permitió caracterizar el comportamiento de la lámpara led en relación con el voltaje de entrada y la iluminación de salida. Este modelo matemático es no lineal, al realizar una linealización en el punto de operación mediante series de Taylor para simplificar y facilitar su uso en futuras aplicaciones de control de iluminación, se obtuvo el siguiente sistema

$$y = Ax + B$$

En resumen, el trabajo se centró en la caracterización del comportamiento de una lámpara led regulable y la obtención de un modelo matemático para describir su respuesta a diferentes niveles de voltaje de entrada.

Como se puede observar, el modelo matemático obtenido es estático, esto quiere decir que la salida de iluminación solo depende de valores actuales de voltaje.

Se debe hacer notar que los resultados presentados en este trabajo son válidos para una lámpara led de 10 w con características similares a la presentada.

5. Conclusiones

En conclusión, el trabajo aborda el concepto de linealización, que implica reemplazar un sistema no lineal por una aproximación lineal en un punto de operación específico. La linealización se utiliza porque muchos sistemas no lineales pueden aproximarse dentro de un rango de variables a modelos lineales. Se presentó un experimento que tiene como objetivo modelar el comportamiento de una lámpara regulable, utilizando mediciones de iluminación bajo condiciones específicas. Se lleva a cabo la corrección de la medición del sensor BH1750 y se muestra que se reduce el error promedio al 2%. Además, se presenta un modelo matemático no lineal que describe el comportamiento de la lámpara y se propone la linealización de este modelo en un punto de operación específico. El modelo matemático servirá para poder desarrollar esquemas de control para la lámpara led.

6. Referencias

- Al-Ghaili, A. M.-H. (2020). A Review: Buildings Energy Savings - Lighting Systems Performance. *IEEE Access*, 76108-76119.
- Bisegna, L. P. (2022). The impact of key parameters on the energy requirements for artificial lighting in Italian buildings based on standard EN 15193-1:2017. *Energy and Buildings*, 20-25.
- Caicedo, A. P. (2011). Daylight integrated illumination control of LED systems based on enhanced presence sensing. *Energy and Buildings*, 944-950.
- Chen, S. Y. (2012). Intelligent Lighting Control for Vision-Based Robotic Manipulation. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 3254-3263.
- Ekren, S. G. (2013). Energy saving in lighting system with fuzzy logic controller which uses light-pipe and dimmable ballast. *Energy and Buildings*, 172-176.
- George, C. K. (2008). Robust control and optimisation of energy consumption in daylight—artificial light integrated schemes. *Lighting Research & Technology*, 7-24.
- Héctor F. Chinchero, J. M. (2020). 2020 IEEE International Conference on Environment and Electrical Engineering and 2020 IEEE Industrial and Commercial Power Systems Europe (EEEIC / I&CPS Europe. *A Review on Energy Management Methodologies for LED Lighting Systems in Smart Buildings* (pp. 1-6). IEEE.
- Khalil, H. (2014). *Nonlinear Control*. Pearson.
- Santamouris, M. (2019). *Minimizing Energy Consumption, Energy Poverty and Global and Local Climate Change in the Built Environment: Innovating to Zero*. Elsevier.
- Sener. (2016). *Balance nacional de energía*. Ciudad de México.
- Tecnolite. (2023). *Ficha Técnica T5D60-LED/10W/65*. Retrieved from https://tecnolite.mx/c/p/foco-tubo-t5-led-10-w-55-centimetros-luz-de-dia-base-g5-atenuable/T5D60-LED_10W_65
- Tzempelikos, I. K. (2020). The effect of lighting environment on task performance in buildings – A review. *Energy and Buildings*.

Yao-Jung Wen and Agogino, A. M. (2008). 2008 IEEE Wireless Hive Networks Conference.
Wireless networked lighting systems for optimizing energy savings and user satisfaction, (pp. 1-7).